

# Atmosphärische Hydrodynamik

von: Prof. Dr. Volkmar Wirth (Zi. 426, Tel.: 39-22868)

Vorlesung: 4 Stunden pro Woche

Übung (Prof. V. Wirth und Dipl.-Met. I. Prestel): 3 Stunden pro Woche

## 1 Einleitung

### GRUNDLAGEN DER HYDRODYNAMIK

## 2 Kinematik

Koordinaten; Euler'sche und Lagrange'sche Beschreibung der Strömung; Stromlinie, Trajektorie, Streichlinie; Stromfunktion für 2D Strömung; Divergenz, Rotation, Fluß; Satz von Gauß, Satz von Stokes; Helmholtz-Theorem (Vektorfeld aus Divergenz und Rotation); Divergenz und Rotation anstelle des Horizontalwindes; Tensor des Geschwindigkeitsgradienten  $\partial u_i / \partial u_k$ ;  $\epsilon$ -Tensor, Vektor- und Tensoranalysis; Reynolds-Transporttheorem; materielle Ableitung; quasi-lineare partielle Differentialgleichungen, Methode der Charakteristiken; Advektions-Relaxations-Paradigma.

## 3 Grundgleichungen

### Kontinuitätsgleichung

Massenerhaltung und Kontinuitätsgleichung (Flußform und materielle Form); Spezialfälle (insbesondere Inkompressibilität).

### Impulsgleichungen

Reynolds-Theorem für spezifische Feldgrößen; Volumenkräfte und Oberflächenkräfte; Schubspannungstensor und  $\partial u_i / \partial u_k$ ; Cauchy's Gleichungen; Newton'sche Flüssigkeit; Normal- und Tangentialkraft; Navier-Stokes-Gleichungen; gemittelte Gleichungen und Reynolds'sche Schubspannung; gemittelte quadratische Ausdrücke; Eddy-Viskosität.

### Wärmegleichung

1. Hauptsatz, kinetische und thermische (innere) Energie; Konversion zwischen kinetischer und innerer Energie, reversibler und irreversibler Anteil, Dissipation; Zustandsgleichung für ideales Gas; potentielle Temperatur

### Rotation und Kugelgestalt der Erde

Impulsgleichungen im rotierenden Koordinatensystem; Zentrifugalkraft und Corioliskraft; effektive Erdbeschleunigung; Impulsgleichungen in Kugelkoordinaten;  $\beta$ -Ebene,  $f$ -Ebene.

## **Die Grundgleichungen der Meteorologie**

Vollständiger Satz von Gleichungen; exakte Gleichungen, traditionelle Approximation; primitive Gleichungen; Formulierung mit potentieller Temperatur; Drehimpuls und zonaler Impuls.

## **4 Nützliche Theoreme**

### **Bernoulli**

Verschiedene Formen des Bernoulli-Theorems; Interpretation.

### **Zirkulation**

Zirkulation und Vorticity im Inertialsystem und im rotierenden System; Wirbellinie; Kelvin's Zirkulationstheorem; barotrope/barokline Flüssigkeit; Vektor der Baroklinizität; Austausch zwischen planetarer und relativer Zirkulation.

### **Vorticity**

Vorticitygleichung (rotierend, nicht-rotierend); Interpretation der einzelnen Terme; Potentielle Vorticity nach Ertel (Ertel-PV); Erhaltung der Ertel-PV (Flußform, materielle Form); Interpretation.

## **SPEZIELLE THEMEN DER HYDRODYNAMIK MIT BESONDERER RELEVANZ FÜR METEOROLOGEN**

## **5 Skalenanalyse**

Technik der Skalenanalyse; Balance und Quasibalance; hydrostatische Balance; geostrophische Balance; geostrophischer Wind; Problem des Vertikalwindes; Taylor-Proudman-Theorem.

## **6 Flachwassermodell**

Herleitung (Skalenanalyse); Interpretation; Flachwasser-Vorticitygleichung; Flachwasser-PV; Energiegleichung; verfügbare potentielle Energie (APE für "available potential energy").

## **7 Dynamik der atmosphärischen Grenzschicht**

### **Einführung**

Definition, Motivation, Phänomenologie, Auftriebskraft, prototypische Grenzschichten, Reynoldsmittel und Schließungsproblem, Bodenflüsse

## 3D Turbulenz

Laminar versus turbulent, Eigenschaften von 3D Turbulenz, Reynoldszahl, Energiekaskade, Energiedissipation, Kolmogorov-Skala, Inertialbereich, TKE-Gleichung

## Schließungsproblem

Ordnung der Schließung, lokal versus nicht-lokal, K-Theorie, Mischungswegtheorie, Einfluss der Stabilität, TKE-Schließung, Modellierung (DNS versus RAND versus LES)

## Ähnlichkeitstheorie für die Prandtl-schicht

Näherung des konstanten Impulsflusses, logarithmisches Windprofil, Rauigkeitslänge, Obukhov-Länge, Verallgemeinerung auf nicht-neutrale Schichtung

## Ekman-Grenzschicht

Ekman-Schicht in der Atmosphäre und im Ozean; induzierte Sekundärzirkulation; Wirbelzerfall auf Grund der Sekundärzirkulation; Dissipationszeitskalen (Ekman/Diffusion).

## 8 Prototypische Differentialgleichungen

Advektionsgleichung (linear), Burgersgleichung; Advektions-Diffusions-Gleichung; Diffusionsgleichung; Irrtumsfunktion; Temperaturdiffusion im Erdboden; Zeitskala der Diffusion  $\tau = L^2/\nu$ .

## 9 Asymptotische Methoden und Grenzschichten

Begriffsdefinitionen; asymptotische Reihenentwicklung; reguläre und singuläre Entwicklung; Auftreten und gesonderte Behandlung einer Grenzschicht; zonalgemittelte tropische Zirkulation als singulärer Grenzwert für nahezu reibungsfreie Strömung.

## WELLEN

### 10 Allgemeines zu Wellen

Unterschiedliche Arten von Wellen — unterschiedliche physikalische Mechanismen (Schallwellen, Schwerewellen, Trägheits-Schwerewellen; Rossbywellen); “Rückstellkraft“; gefilterte Gleichungssysteme; Wellengleichung; lineare vs. nichtlineare Wellen; Methode der Linearisierung; Festlegung des Grundstroms; Vernachlässigung bestimmter Phänomene bei linearer Theorie; Fouriertransformation; Residuensatz.

## Wellenkinematik

Superpositionsprinzip; Dopplerverschiebung; Dispersionsrelation; Dispersion; Phasengeschwindigkeit; Gruppengeschwindigkeit; Wellenzahl; Wellenlänge; Frequenz; Periode; ebene Welle; beinahe ebene Welle; Wellenpaket.

## 11 Oberflächenschwerewellen

Oberflächenschwerewellen im Flachwassermodell; allgemeine Oberflächenschwerewellen; Herleitung der Gleichungen und Randbedingungen; kinematische und dynamische Randbedingung; Lösung; freie vs. erzwungene Wellen; Grenzfälle Tiefwasser- und Flachwasserwellen; Wellen an einem internen Dichtesprung; reduzierte Erdanziehung; Stokes-Drift; Euler'sche und Lagrange'sche Mittelung; asymptotische Methoden; Fernfeld einer Punktquelle; Methode der stationären Phase.

## 12 Interne Schwerewellen

Kontinuierliche Schichtung; Prinzip von Archimedes; Boussinesq-Näherung; interne Schwerewellen; anisotrope Wellen; Transversal- vs. Longitudinalwellen; Auftriebskraft; Brunt-Väisälä-Frequenz; "Teilchenmethode"; hydrostatische Überströmung eines isolierten Berges; Ausstrahlrandbedingung; Koeffizienten mit schwacher Variation; WKB-Näherung; stückweise konstante Koeffizienten; Anschließbedingungen; interne Schwerewellen mit Rotation (Trägheitsschwerewellen).

### Wellenenergie, Wellenaktivität und Grundstrom-Welle-Wechselwirkung

Schwach nichtlineare Theorie; Wellenenergie; Energie- und Impulsfluß; EP-Fluß; Wellenaktivität; EP-Theoreme; nichtlineare Wechselwirkung bei Wellen vs. Turbulenz (K-Ansatz).

### Moden

Was ist ein Mode; globales vs. lokales Problem; Moden im stabil geschichteten Ozean; Randbedingungen; freies vs. angeregtes Problem; Separationsansatz; Separationskonstante; äquivalente Tiefe; vertikale Strukturgleichung; barotroper (externer) vs. barokliner (interner) Mode; "Rigid-Lid-Approximation"; Resonanz; Gezeiten; stratosphärische wandernde Wellen.

## INSTABILITÄT

### 13 Einführung

Physikalischer Mechanismus; stabil, instabil, neutral, nichtlinear-instabil; Energetik der Instabilität; Austausch von Energie zwischen Grundstrom und Welle; konvektive (thermische) Instabilität; Boussinesq-Näherung mit  $N^2 < 0$ ; thermische (konvektive) Instabilität mit und ohne Dämpfung; imaginäre Phasengeschwindigkeit; Rayleighzahl.

## 14 Scherinstabilität

### Scherinstabilität einer barotropen Flüssigkeit

Rayleigh-Gleichung; Eigenwertproblem; paarweises Auftreten der Eigenwerte; Rayleigh's Wendepunktkriterium; notwendige vs. hinreichende Bedingung für Stabilität/Instabilität; Fjortoft's Theorem; Howard's Halbkreistheorem; maximale Wachstumsrate; Einfluß von Reibung; Energetik der Instabilität.

### Scherinstabilität einer geschichteten Flüssigkeit

Verallgemeinerte Kelvin-Helmholtz-Instabilität; Taylor-Goldstein-Gleichung; Richardson-Zahl  $Ri$ , Kriterium  $Ri < 1/4$ ; Kelvin-Helmholtz-Instabilität im engeren Sinne.

### Energetik der Instabilität

Wachsen der Störung auf Kosten des Grundstroms.

## Empfohlene Literatur

### Nachschlagewerke

Holton, J. R., J. A. Curry, and J. A. Pyle (editors), 2003: *Enzyklopedia of Atmospheric Sciences*. Academic Press.

Gleichman, T. S., editor, 2000: *Glossary of Meteorology*. American Meteorological Society, 855 pp., Boston, Massachusetts, U.S.A.

Das letztgenannte Glossar ist auch online erhältlich (google "AMS glossary")

### Mathematik und Numerik

Abramowitz, M., and I. A. Stegun, 1970: *Handbook of mathematical functions. With formulas, graphs, and mathematical tables*. M. Abramowitz and I. A. Stegun, Eds.; ninth printing, 1970. Dover Publications, Inc., New York, 1046 pp.

Bronstein, I. N., and K. A. Semendjajew, 1980: *Taschenbuch der Mathematik*. Verlag Harri Deutsch, 860 pp.

Durran, D. R., 1999: *Numerical Methods for Wave Equations in Geophysical Fluid Dynamics*. Springer, 465 pp.

Press, W. H., B. P. Flannery, S. A. Teukolsky, and W. T. Vetterling, 1992: *Numerical Recipes. The Art of Scientific Computing*. Second edition, Cambridge University Press, 818 pp.

Press, W. H., S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, and B. P. Flannery, 1996: *Numerical Recipes in Fortran 90. The Art of Parallel Scientific Computing*. Second edition, Cambridge University Press, 1486 pp.

### Allgemeine Hydrodynamik

Aitchison, D. J., 1990: *Elementary Fluid Dynamics*. Clarendon Press, Oxford, 397 pp.

Batchelor, G. K., 1967: *An Introduction to Fluid Dynamics*. Cambridge University Press, 615 pp.

Kundu, P. K., 1990: *Fluid Mechanics*. Academic Press, 638 pp.

Oertel jr., H., Herausgeber, 2002: *Prandtl-Führer durch die Strömungslehre. Grundlagen und Phänomene*. Vieweg, 704 pp., 11. Auflage.

### Geophysikalische Hydrodynamik

Andrews, D. G., J. R. Holton, and C. B. Leovy, 1987: *Middle Atmosphere Dynamics*. Academic Press, 489 pp.

Gill, A. E., 1980: *Atmosphere-Ocean Dynamics*. Academic Press, Inc., 662 pp.

Holton, J. R., 2004: *An Introduction to Dynamical Meteorology*. Elsevier Academic Press, 529 pp., fourth edition (includes MATLAB exercises!)

James, I. N., 1994: *Introduction to Circulating Atmospheres*. Cambridge University Press, 422 pp.

- Lindzen, R. S., 1990: *Dynamics in Atmospheric Physics*. Cambridge University Press, 310 pp.
- Pedlosky, J., 1987: *Geophysical Fluid Dynamics*. Second edition, Springer, 710 pp.
- Vallis, G. K., 2006: *Atmospheric and Oceanic Fluid Dynamics: Fundamentals and Large-Scale Circulation*. Cambridge University Press, Cambridge, U.K.

## **Atmosphärische Grenzschicht**

- Stull, R. B., 1988: *An Introduction to Boundary Layer Meteorology*. Kluwer Academic Publishers, 666 pp.
- Garratt, J. R., 1992: *The atmospheric boundary layer*. Cambridge University Press, 316 pp.

## **Weiteres zur Meteorologie**

- Bohren, C. F., 1987: *Clouds in a glass of beer. Simple Experiments in Atmospheric Physics*. Wiley, 195 pp.
- Goody, R. M., and J. C. G. Walker, 1972: *Atmospheres*. Prentice Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 150 pp.
- Hartmann, D. L., 1994: *Global Physical Climatology*. Academic Press, 408 pp.
- Peixoto, J. P., and A. H. Oort, 1992: *Physics of Climate*. American Institute of Physics. 520 pp.
- Salby, M. L., 1996: *Fundamentals of Atmospheric Physics*. Academic Press, Volume 61 in the International Geophysics Series, 627 pp.
- Wallace, J. M., and P. V. Hobbs, 1977: *Atmospheric Science. An Introductory Survey*. Academic Press, 467 pp.

## **Datanalyse**

- Brandt, S., 1974: *Datenanalyse*. Bibliographisches Institut, 464 pp.
- von Storch, H., and F. W. Zwiers, 1999: *Statistical Analysis in Climate Research*. Cambridge University Press, 513 pp.