

# POTENTIELLE VORTICITY IN DER DYNAMISCHEN METEOROLOGIE

*Skript zur Vorlesung*

von

VOLKMAR WIRTH

(März 2003)

## Vorwort

Die Vorlesung "Potentielle Vorticity in der dynamischen Meteorologie" wurde vom Autor erstmals im Sommersemester 1995 an der Münchener Ludwig-Maximilians-Universität gehalten. Sie soll den fortgeschrittenen Meteorologie-Studenten in die Grundlagen des "PV-Denkens" einführen. Die Potentielle Vorticity als fundamentale thermo-hydrodynamische Größe hat in den vergangenen Jahren in der dynamischen Meteorologie zunehmende Beachtung gefunden und spielt in der heutigen Diskussion eine große Rolle. Daher erscheint eine Spezialvorlesung zum Thema "Potentielle Vorticity in der dynamischen Meteorologie" von aktuellem Interesse.

Die Vorlesung ist nicht als Konkurrenz zu den herkömmlichen Theorievorlesungen zu verstehen. In jenen Vorlesungen wird (unter anderem) systematisch das Gebäude der dynamischen Meteorologie errichtet. Diese Inhalte werden hier mehr oder weniger vorausgesetzt. Unsere Vorlesung stellt eher einen Querschnitt dar, wobei die Betonung auf der Dynamik von balancierten Strömungen liegt. Das vorliegende Manuskript hält den Inhalt der Vorlesung in schriftlicher Form fest.

Für die kritische Durchsicht des Manuskripts bin ich Herrn Günther Zänagl dankbar. Anfang des Jahres 2003 wurden sämtliche Abbildungen auf elektronisches Format umgestellt; hierbei war mir Frau B. Wecker eine große Hilfe.

Volkmar Wirth

Mainz, im März 2003

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>“PV-Denken“</b>	<b>7</b>
2.1	Grundlagen und erstes Beispiel . . . . .	7
2.2	Seitliche und vertikale Rossbywellenausbreitung . . . . .	9
2.3	Scherinstabilität . . . . .	9
2.4	Zyklognese . . . . .	11
2.5	Grenzen des PV-Denkens . . . . .	12
<b>3</b>	<b>Balancierte Strömung im Flachwassersystem</b>	<b>15</b>
3.1	Flachwassergleichungen . . . . .	15
3.2	Trägheitsschwerewellen . . . . .	16
3.3	Inversion der Flachwasser-PV . . . . .	17
3.4	Exkurs: Numerische Wettervorhersage . . . . .	18
<b>4</b>	<b>PV-Inversion in einfachen Spezialfällen</b>	<b>23</b>
4.1	Axialsymmetrische Wirbel im Flachwassersystem . . . . .	23
4.2	Verallgemeinerung auf die 3D Atmosphäre . . . . .	25
4.3	Quasigeostrophisches Flachwassersystem . . . . .	26
<b>5</b>	<b>PV in drei Dimensionen</b>	<b>31</b>
5.1	Primitive Gleichungen in isentropen Koordinaten . . . . .	31
5.2	PV in isentropen Koordinaten . . . . .	33
5.3	Die PV- $\theta$ -Sicht der Atmosphäre . . . . .	36
5.4	Diagnose des Vertikalwindes . . . . .	39
<b>6</b>	<b>Dreidimensionale PV-Inversion</b>	<b>45</b>
6.1	Quasigeostrophische PV-Inversion . . . . .	45
6.2	Axialsymmetrische Strömung . . . . .	57

6.3	Varia . . . . .	59
<b>7</b>	<b>Nichthydrostatische Ertel-PV</b>	<b>65</b>
7.1	Nichthydrostatische Ertel-PV . . . . .	65
7.2	Allgemeines über Erhaltungssätze . . . . .	67
7.3	Weiteres zur PV-Erhaltung . . . . .	68
7.4	Globale Erhaltungseigenschaften . . . . .	70
7.5	Verallgemeinertes Bernoulli-Theorem . . . . .	72
7.6	Anhang: Zwischenschritte zu den Herleitungen . . . . .	73
<b>8</b>	<b>Barotrope Punktwirbel</b>	<b>77</b>
8.1	Rankine- und Punktwirbel . . . . .	77
8.2	Greensfunktion und Konturendynamik . . . . .	79
8.3	Zwei Punktwirbel . . . . .	81
8.4	Mehr als zwei Punktwirbel . . . . .	85
<b>9</b>	<b>Schlußbetrachtung</b>	<b>89</b>
<b>A</b>	<b>PV in verschiedenen Näherungen</b>	<b>91</b>
A.1	Barotrope Dynamik . . . . .	91
A.2	Flachwasserdynamik . . . . .	92
A.3	Quasigeostrophische Flachwasserdynamik . . . . .	92
A.4	Primitive Gleichungen . . . . .	92
A.5	Quasigeostrophische Dynamik . . . . .	93
A.6	Nichthydrostatische Dynamik . . . . .	94